



PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS EN MARRUECOS
CURSO 2026-27

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- c) Este examen consta de seis ejercicios distribuidos en una parte con dos ejercicios obligatorios y una parte con dos bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- d) Se deben resolver los dos ejercicios obligatorios y solamente un ejercicio de cada uno de los dos bloques con optatividad. En caso de responder a dos ejercicios de un mismo bloque optativo, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- e) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas, ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- g) Se proporciona la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

EJERCICIO 1 (obligatorio – Análisis)

Calcula a sabiendo que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{(\ln(x))^3 + 2x} = 1$ (donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

Solución: Aplicando L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a}{3(\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x} + 2}$. Como la función polinómica crece mucho más rápido que la logarítmica, $3(\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x} \rightarrow 0$ cuando $x \rightarrow +\infty$, luego el límite es $\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = 2$.

EJERCICIO 2 (obligatorio – Álgebra)

Una empresa de mensajería opera en tres rutas distintas A , B y C . Semanalmente hace un total de 70 viajes, y el número de viajes por la ruta B es igual a la suma de los viajes por las rutas A y C .

- a) Si sabemos que el doble de la suma de los viajes por las rutas A y C es 70, ¿podemos deducir el número de viajes por cada ruta? Razona la respuesta.
- b) Si el doble de viajes por la ruta C es igual al número de viajes por la ruta B menos 5, ¿cuántos viajes hace por cada ruta?

Solución: Planteamos el sistema $A + B + C = 70$, $B = A + C \Rightarrow A - B + C = 0$.

- a) Añadiendo $2(A + C) = 70$: el sistema resultante es compatible indeterminado, con infinitas soluciones, luego no podemos deducir el número de viajes de cada ruta.
- b) Añadiendo la condición $2C = B - 5 \Rightarrow B - 2C = 5$: de $A - B + C = 0$ se obtiene $A = B - C$; sustituyendo en $A + B + C = 70$: $2B = 70 \Rightarrow B = 35$. De $B - 2C = 5$: $C = 15$, y $A = B - C = 20$.

EJERCICIO 3 (Geometría)

Elija solo uno de los dos ejercicios siguientes:

Ejercicio 3.1

Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ y el punto $P(2, 1, 0)$.

- a) Halla la distancia del punto P a la recta r .
- b) Calcula la ecuación del plano que contiene a la recta r y al punto P .

Solución: a) La recta en paramétricas es $x = -2t$, $y = t$, $z = t$, es decir, $P'(-2t, t, t)$ es un punto genérico de r . Imponiendo que $\vec{PP'} = (-2t - 2, t - 1, t)$ sea perpendicular al vector director $\vec{u} = (-2, 1, 1)$: $6t + 3 = 0 \dots$ (resolviendo) $t = -\frac{1}{2}$, luego $\vec{PP'} = \left(-1, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, y la distancia es $|\vec{PP'}| = \sqrt{\frac{7}{2}} \approx 1'87 \text{ u.}$

b) La recta pasa por $A = (0, 0, 0)$ con vector director $\vec{u} = (-2, 1, 1)$. El plano pedido viene definido por A , $\vec{u}$ y $\vec{AP} = (2, 1, 0)$: $\begin{vmatrix} x & -2 & 2 \\ y & 1 & 1 \\ z & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x - 2y + 4z = 0.$

Ejercicio 3.2

Considera las rectas $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-k}{2}$ y $s \equiv \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$.

a) Determina k sabiendo que ambas se cortan en un punto.

b) Para $k = 0$, halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s .

Solución: a) La recta r pasa por $A = (0, 2, k)$ con $\vec{u} = (1, -1, 2)$, y s por $B = (-2, -3, 1)$ con $\vec{v} = (-1, 2, 1)$. Para que las rectas se corten, el determinante formado por $\vec{AB} = (-2, -5, 1-k)$, $\vec{u}$ y $\vec{v}$ debe ser nulo: $-k + 26 = 0 \Rightarrow k = 26$.

b) El plano pedido viene definido por A , $\vec{u}$ y $\vec{v}$: $\begin{vmatrix} x & y-2 & z \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 5x + 3y - z - 6 = 0.$

EJERCICIO 4 (Probabilidad)

Elija solo uno de los dos ejercicios siguientes:

Ejercicio 4.1

El peso de una población de elefantes africanos macho sigue una distribución normal de media 6 toneladas y desviación típica 1500 kg.

a) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar pese exactamente 6 toneladas.

b) Calcule qué porcentaje de la población pesa entre 5 y 8 toneladas.

c) Calcule qué peso es superado por el 33 % de la población.

Solución: $N(6000; 1500)$.

a) $p(x = 6000) = 0$, ya que el área del segmento vertical que pasa por 6000 es cero.

b)

$$p(5000 < x < 8000) = p\left(\frac{5000 - 6000}{1500} < z < \frac{8000 - 6000}{1500}\right) = p(-0'67 < z < 1'33) = \\ = p(z < 1'33) - p(z < -0'67) = p(z < 1'33) - [1 - p(z < 0'67)] = 0'9082 - 1 + 0'7486 = 0'6568 \Rightarrow 65'68 \%$$

c) Nos piden $p(x > k) = 0'33$, luego:

$$p(x > k) = p\left(z > \frac{k - 6000}{1500}\right) = 1 - p\left(z \leq \frac{k - 6000}{1500}\right) = 0'33 \Rightarrow p\left(z \leq \frac{k - 6000}{1500}\right) = 0'67 \Rightarrow \frac{k - 6000}{1500} = 0'44 \\ \Rightarrow k = 6000 + 1500 \cdot 0'44 = 6660 \text{ kg}$$

Ejercicio 4.2

En un laboratorio de análisis clínicos, el 5 % de las muestras que llegan no cumplen las condiciones requeridas para obtener resultados concluyentes en el análisis. Si se eligen 5 muestras, calcula:

a) La probabilidad de que de todas las muestras se puedan obtener resultados concluyentes.

- b) La probabilidad de que de al menos dos no se obtengan resultados concluyentes.
c) La media y la desviación típica de la distribución.

Solución: Es una binomial $B(5; 0'05)$

La ley de probabilidad es: $p_k = p(x = k) = \binom{5}{k} \cdot 0'05^k \cdot 0'95^{5-k}$ siendo $k = 0, 1, 2, \dots, 5$

a)

$$p(x = 0) = \binom{5}{0} \cdot 0'05^0 \cdot 0'95^5 = 0'7738$$

b)

$$\begin{aligned} p(x \geq 2) &= 1 - p(x < 2) = 1 - [p(x = 0) + p(x = 1)] = 1 - \left[\binom{5}{0} \cdot 0'05^0 \cdot 0'95^5 + \binom{5}{1} \cdot 0'05^1 \cdot 0'95^4 \right] = \\ &= 1 - [0'95^5 + 5 \cdot 0'05 \cdot 0'95^4] = 0'0226 \end{aligned}$$

c) La media es: $\mu = n \cdot p = 5 \cdot 0'05 = 0'25$

La desviación típica es: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{5 \cdot 0'05 \cdot 0'95} = 0'4873$
