



PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS EN MARRUECOS
CURSO 2026-27

FÍSICA

Instrucciones:

- Duración: 90 minutos.
- Todas las preguntas deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- Puede utilizar regla y calculadora no programable ni con capacidad de transmitir datos, ni gráfica.
- Solo se pueden utilizar los datos proporcionados por el enunciado.

El examen consta de 4 ejercicios. Un ejercicio por cada bloque (A, B, C y D) de los cuales uno será obligatorio y tres optativos. El estudiante deberá desarrollar un apartado a) y uno b) por bloque. En caso de responder dos apartados a) o b) de un mismo bloque, sólo será tenido en cuenta el respondido en primer lugar.

EJERCICIO 1 - VIBRACIONES Y ONDAS

Responda a y b

a) i) Escriba la ecuación de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa en el sentido negativo del eje OX y que tiene una fase inicial no nula. Identifique cada una de las magnitudes que aparecen en la expresión. ii) Explique la diferencia entre la velocidad de propagación y la velocidad de vibración de un punto de la cuerda y escriba sus ecuaciones para esta onda.

Solución: i) La ecuación general de una onda armónica transversal que se propaga en el sentido negativo del eje OX (con fase inicial no nula) se expresa como:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t + kx + \phi_0)$$

Las magnitudes físicas involucradas son las siguientes:

- $y(x, t)$: Elongación. Representa la posición vertical de un punto de la cuerda en un instante dado respecto a su posición de equilibrio. Se mide en metros (m).
- A : Amplitud. Es la elongación máxima o máxima separación de la posición de equilibrio. Se mide en metros (m).
- ω : Frecuencia angular. Indica la rapidez de la oscilación temporal. Se mide en radianes por segundo (rad/s).
- t : Tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento. Se mide en segundos (s).
- k : Número de onda. Indica la periodicidad espacial de la onda (número de ciclos por unidad de longitud, multiplicado por 2π). Se mide en radianes por metro (rad/m).
- x : Posición del punto de la cuerda considerado a lo largo del eje de propagación. Se mide en metros (m).
- ϕ_0 (o δ): Fase inicial. Determina el estado de vibración del punto $x = 0$ en el instante inicial $t = 0$. Se mide en radianes (rad).

(Nota: El signo + que separa los términos ωt y kx es el que determina matemáticamente que la propagación se realiza en el sentido negativo del eje OX).*

ii) La **velocidad de propagación** (v) es la rapidez constante con la que la energía (o estado de perturbación) avanza a lo largo de la cuerda. Su dirección de avance corresponde al eje horizontal (eje OX). Su ecuación se expresa en función de las características de la onda como:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

Por otro lado, la **velocidad de vibración** (v_y) es la rapidez variable con la que cada partícula material de la cuerda oscila transversalmente alrededor de su propia posición de equilibrio. Su dirección de oscilación es el eje vertical (eje OY), perpendicular a la propagación de la onda. Su ecuación se obtiene al derivar temporalmente la función de elongación de la onda:

$$v_y(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = A\omega \cos(\omega t + kx + \phi_0)$$

b) Un rayo de luz con una longitud de onda de $5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ que se propaga a través del aire incide sobre la superficie de un objeto de vidrio. Como consecuencia, la longitud de onda del rayo en el vidrio cambia a $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. i) Calcule su frecuencia y la velocidad de propagación en el vidrio. ii) Sabiendo que el rayo sale refractado formando un ángulo de 30° con respecto a la normal, realice un esquema con la trayectoria de los rayos y determine razonadamente el ángulo de incidencia.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $n_{\text{aire}} = 1$

Solución: i) La frecuencia (f) de un rayo de luz es una magnitud característica de la onda que no cambia al pasar de un medio a otro. Calculamos su valor a partir de los datos en el aire, sabiendo que la velocidad de propagación en este medio es aproximadamente la velocidad de la luz en el vacío c (puesto que $n_{\text{aire}} = 1$):

$$f = \frac{c}{\lambda_{\text{aire}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} \approx 5,45 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

La frecuencia en el vidrio es, por tanto, la misma: $5,45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Con este dato y la longitud de onda en el vidrio proporcionada por el enunciado, calculamos la velocidad de propagación en dicho medio (v_{vidrio}):

$$v_{\text{vidrio}} = \lambda_{\text{vidrio}} f = 5 \cdot 10^{-7} \cdot 5,45 \cdot 10^{14} \approx 2,725 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

ii) Para calcular el ángulo de incidencia ($\hat{i}$), aplicamos la ley de Snell de la refracción. Podemos utilizar su forma dependiente de las velocidades de propagación: $\frac{\sin(\hat{i})}{\sin(\hat{r})} = \frac{v_{\text{aire}}}{v_{\text{vidrio}}}$. Sustituyendo los datos conocidos y la velocidad calculada en el apartado anterior:

$$\frac{\sin(\hat{i})}{\sin(30^\circ)} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,725 \cdot 10^8}.$$

Despejando el seno del ángulo de incidencia:

$$\sin(\hat{i}) = \sin(30^\circ) \cdot \frac{3}{2,725} \approx 0,5 \cdot 1,1009 \approx 0,5504.$$

Resolviendo el arco seno, obtenemos el ángulo de incidencia: $\hat{i} = \arcsin(0,5504) \approx 33,40^\circ$.

(Nota para el esquema: Dibujar una línea horizontal que represente la superficie de separación entre el aire (medio superior) y el vidrio (medio inferior). Trazar una línea normal vertical (perpendicular a la frontera). Dibujar un rayo incidente en el aire que forme un ángulo de $33,40^\circ$ con la normal. Al llegar al punto de incidencia, el rayo se refracta y penetra en el vidrio acercándose a la normal, formando con ella un ángulo menor de 30°).*

Resultados numéricos:

$$f \approx 5,45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$v_{\text{vidrio}} \approx 2,725 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\hat{i} \approx 33,40^\circ$$

EJERCICIO 2 - CAMPO GRAVITATORIO

Responda a1 o a2

a1) i) Escriba las expresiones del campo y el potencial gravitatorio creados por una masa puntual e indique las unidades en el S.I. para cada una de las magnitudes que intervienen. ii) Explique la relación que existe entre los campos gravitatorios a una distancia r y $2r$.

Solución: i) La expresión del vector campo gravitatorio creado por una masa puntual m a una distancia r es $\vec{g} = -G \frac{m}{r^2} \vec{u}_r$ (su módulo es $g = G \frac{m}{r^2}$). La expresión del potencial gravitatorio es $V = -G \frac{m}{r}$. Las magnitudes y sus unidades en el Sistema Internacional (S.I.) son: la masa m en kg; la distancia r en m; la constante de gravitación universal G en $\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; el campo gravitatorio g en m/s^2 (o N/kg); y el potencial gravitatorio V en J/kg .

ii) El módulo del campo gravitatorio a una distancia r es $g(r) = G \frac{m}{r^2}$. Si evaluamos el campo a una distancia doble, $2r$, obtenemos $g(2r) = G \frac{m}{(2r)^2} = G \frac{m}{4r^2} = \frac{1}{4} (G \frac{m}{r^2})$. Por lo tanto, al duplicar la distancia, la intensidad del campo gravitatorio se reduce a la cuarta parte, es decir, $g(2r) = \frac{g(r)}{4}$.

a2) Discuta razonadamente si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos: i) si se realiza trabajo sobre una partícula, su energía cinética aumenta; ii) las fuerzas conservativas siempre realizan trabajo nulo.

Solución: i) FALSO. Según el teorema del trabajo y la energía cinética ($W_{\text{neto}} = \Delta E_c$), la energía cinética solo aumenta si el trabajo neto realizado sobre la partícula es positivo. Si se realiza un trabajo

negativo (por ejemplo, el efectuado por una fuerza de rozamiento), la energía cinética disminuye.

ii) FALSO. El trabajo realizado por una fuerza conservativa se define como la disminución de la energía potencial del sistema ($W = -\Delta E_p$). Dicho trabajo solo es nulo obligatoriamente si la partícula se desplaza a través de una trayectoria cerrada o entre puntos de igual potencial. En una trayectoria abierta, puede ser distinto de cero; por ejemplo, al soltar un cuerpo desde una altura h , la fuerza peso (conservativa) realiza un trabajo positivo ($W = mgh \neq 0$).

Responda b1 o b2

b1) Un satélite de 1400 kg en una órbita circular tarda un día y medio en dar la vuelta a la Tierra. Calcule razonadamente: i) el radio de la órbita; ii) la velocidad mínima que hay que suministrarle para que abandone el campo gravitatorio terrestre desde la órbita en la que se encuentra.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; 1 día = 24 h

Solución: i) Para calcular el radio de la órbita, se aplica la Segunda Ley de Newton igualando la fuerza gravitatoria a la fuerza centrípeta ($\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_c \Rightarrow F_g = F_c$). Relacionando la velocidad orbital con el periodo ($T = 1,5 \text{ días} = 129600 \text{ s}$) mediante $v = \frac{2\pi R}{T}$, se llega a la Tercera Ley de Kepler ($R^3 = G \frac{M_T T^2}{4\pi^2}$), de donde se despeja el radio orbital.

ii) Para hallar la velocidad mínima necesaria para escapar del campo gravitatorio desde dicha órbita, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica ($\Delta E_{mec} = 0$). Se asume que en el infinito la energía potencial y cinética se anulan, resultando en una energía mecánica total de cero. Al igualar la energía inicial a cero ($\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{M_T m}{R} = 0$), se despeja la velocidad de escape.

Resultados numéricos:

$$R = 5,54 \cdot 10^7 \text{ m} (55363783 \text{ m})$$

$$v = 3795,91 \text{ m/s}$$

b2) Un satélite de masa 200 kg describe una órbita circular a una altura de $2 \cdot 10^4 \text{ km}$ sobre la superficie de un planeta de 6000 km de radio. El periodo orbital del mismo es de 1 día terrestre. Determine: i) la masa del planeta; ii) la diferencia entre las energías cinéticas en dicha órbita y en otra a la mitad de altura.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Solución: i) Para calcular la masa del planeta, se aplica la Tercera Ley de Kepler ($T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3$), que puede deducirse igualando la fuerza gravitatoria a la fuerza centrípeta para una órbita circular. El radio de la órbita inicial es la suma del radio del planeta y la altura ($R_1 = R_p + h$). El periodo de 1 día terrestre se convierte a segundos ($T = 86400 \text{ s}$). Despejando, se obtiene la masa M .

ii) La energía cinética de un satélite en órbita circular viene dada por la expresión $E_c = \frac{1}{2} G \frac{Mm}{R}$. Se determina la energía cinética en la órbita inicial (E_{c1} con $R_1 = R_p + h$) y en la órbita a la mitad de altura (E_{c2} con $R_2 = R_p + h/2$). La diferencia solicitada es $\Delta E_c = E_{c1} - E_{c2}$.

Resultados numéricos:

$$M = 1,4 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$E_{c1} = 3,59 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$E_{c2} = 5,84 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = -2,25 \cdot 10^8 \text{ J}$$

EJERCICIO 3 - FÍSICA RELATIVISTA, CUÁNTICA Y DE PARTÍCULAS

Responda a1 o a2

a1) Dos partículas tienen la misma energía cinética. Deduzca de manera razonada la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie si la masa de la primera es un tercio de la masa de la segunda.

Solución: Relación entre las longitudes de onda de De Broglie:

Partiendo de la premisa del enunciado, ambas partículas tienen la misma energía cinética ($E_{c1} = E_{c2}$):

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Sabemos que la masa de la primera partícula es un tercio de la de la segunda, es decir, $m_1 = \frac{m_2}{3}$ (o equivalentemente, $m_2 = 3m_1$). Sustituyendo m_1 en la ecuación de energía cinética:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{m_2}{3} \right) v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Simplificando el término $\frac{1}{2}m_2$ en ambos miembros, obtenemos la relación entre las velocidades:

$$\frac{v_1^2}{3} = v_2^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{3}v_2$$

La longitud de onda de De Broglie viene dada por la expresión $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$. Establecemos la relación o cociente entre las longitudes de onda de ambas partículas:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{h}{m_1 v_1}}{\frac{h}{m_2 v_2}} = \frac{m_2 \cdot v_2}{m_1 \cdot v_1}$$

Sustituyendo $m_2 = 3m_1$ y $v_1 = \sqrt{3}v_2$ en el cociente:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3m_1 \cdot v_2}{m_1 \cdot \sqrt{3}v_2} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Por tanto, la relación final entre sus longitudes de onda es:

$$\lambda_1 = \sqrt{3}\lambda_2$$

(Nota: De forma alternativa y más directa, expresando la cantidad de movimiento en función de la energía cinética ($p = \sqrt{2mE_c}$), resulta $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}}$. Al ser E_c idéntica, el cociente es directamente

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{3m_1}{m_1}} = \sqrt{3}).*$$

a2) i) Explique el concepto de actividad de una muestra radiactiva. ii) Obtenga de forma razonada la expresión que relaciona esta magnitud y el periodo de semidesintegración.

Solución: i) **Concepto de actividad radiactiva:**

La actividad (A) de una muestra radiactiva se define como el número de desintegraciones de núcleos inestables que se producen por unidad de tiempo. Representa, por tanto, la velocidad o tasa de desintegración de la muestra. Es directamente proporcional al número de núcleos radiactivos presentes (N) en un instante dado, siendo la constante de proporcionalidad la constante de desintegración radiactiva (λ):

$$A = \lambda \cdot N$$

Su unidad en el Sistema Internacional es el becquerel (Bq), que equivale a una desintegración por segundo.

ii) **Relación entre la actividad y el periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$):**

Partimos de la ley de desintegración radiactiva, que rige la evolución temporal del número de núcleos radiactivos:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

El periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$) es el tiempo necesario para que el número inicial de núcleos radiactivos (N_0) se reduzca exactamente a la mitad. Por consiguiente, cuando transcurre un tiempo $t = T_{1/2}$, la cantidad de núcleos es $N = \frac{N_0}{2}$. Sustituimos en la ecuación anterior:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Simplificamos N_0 de ambos lados de la igualdad:

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Para despejar el exponente, aplicamos logaritmos neperianos en ambos miembros:

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda T_{1/2} \Rightarrow \ln 1 - \ln 2 = -\lambda T_{1/2} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda T_{1/2}$$

Despejamos la constante de desintegración (λ):

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Finalmente, sustituyendo esta expresión de λ en la fórmula de la actividad ($A = \lambda \cdot N$), obtenemos la relación solicitada:

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N$$

Responda b1 o b2

b1) El yodo-131 es un isótopo radiactivo con un periodo de semidesintegración de 8 días utilizado para el tratamiento de enfermedades de la glándula tiroides. Se dispone de una muestra de yodo-131 con una actividad inicial de $7,6 \cdot 10^{16}$ Bq. Determine razonadamente: i) la masa de la muestra inicial; ii) el número de núcleos que se han desintegrado después de 25 días; iii) la actividad de la muestra transcurrido ese periodo de tiempo.

Datos: $m(^{131}\text{I}) = 130,906125 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Solución: i) **Masa de la muestra inicial:**

Para relacionar la actividad inicial (A_0) con el número de núcleos iniciales (N_0), primero calculamos la constante de desintegración (λ). Para que la actividad esté en unidades del S.I. (Becquerelios =

desintegraciones/s), el periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$) debe expresarse en segundos:

$$T_{1/2} = 8 \text{ días} \cdot \left(\frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}}\right) \cdot \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}}\right) = 691200 \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{691200} \approx 1,003 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

Dado que $A_0 = \lambda \cdot N_0$, despejamos N_0 :

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{7,6 \cdot 10^{16}}{1,003 \cdot 10^{-6}} \approx 7,58 \cdot 10^{22} \text{ núcleos}$$

Calculamos la masa de un solo núcleo en kg:

$$m_{\text{núcleo}} = 130,906125 \text{ u} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u} \approx 2,173 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

La masa total de la muestra inicial (m_0) será el producto del número de núcleos por la masa de uno de ellos:

$$m_0 = N_0 \cdot m_{\text{núcleo}} = 7,58 \cdot 10^{22} \cdot 2,173 \cdot 10^{-25} \approx 1,647 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 16,47 \text{ g.}$$

ii) **Número de núcleos desintegrados tras 25 días:**

Aplicamos la ley de desintegración radiactiva ($N = N_0 e^{-\lambda t}$) para hallar el número de núcleos que **quedan sin desintegrar** tras $t = 25$ días. Podemos usar directamente el tiempo y el periodo en días:

$$N(25) = 7,58 \cdot 10^{22} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{8} \cdot 25} = 7,58 \cdot 10^{22} \cdot e^{-2,166} \approx 8,69 \cdot 10^{21} \text{ núcleos}$$

El número de núcleos desintegrados es la diferencia entre los iniciales y los que quedan:

$$N_{\text{desintegrados}} = N_0 - N(25) = 7,58 \cdot 10^{22} - 8,69 \cdot 10^{21} = 6,71 \cdot 10^{22} \text{ núcleos.}$$

iii) **Actividad tras 25 días:**

La actividad transcurrido ese tiempo se puede calcular como $A = \lambda \cdot N(25)$:

$$A = 1,003 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \cdot 8,69 \cdot 10^{21} \text{ núcleos} \approx 8,71 \cdot 10^{15} \text{ Bq.}$$

(Nota: También se podría calcular directamente usando $A = A_0 e^{-\lambda t} = 7,6 \cdot 10^{16} \cdot e^{-2,166} \approx 8,71 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$).*

Resultados numéricos:

$$m_0 = 16,47 \text{ g}$$

$$N_{\text{desintegrados}} = 6,71 \cdot 10^{22} \text{ núcleos}$$

$$A = 8,71 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$$

b2) Se ilumina un metal con radiación de una cierta longitud de onda. Sabiendo que el trabajo de extracción es de $4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ y la diferencia de potencial que hay que aplicar para detener los electrones es de $3,2 \text{ V}$, calcule razonadamente: i) la frecuencia umbral para extraer electrones de ese metal; ii) la velocidad máxima de los electrones emitidos; iii) la longitud de onda de la radiación incidente.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solución: En primer lugar, a partir del potencial de frenado ($V_0 = 3,2 \text{ V}$), calculamos la energía cinética máxima (E_c) de los electrones emitidos:

$$E_c = e \cdot V_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3,2 \text{ V} = 5,12 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

i) **Frecuencia umbral (f_0):**

La frecuencia umbral se relaciona con el trabajo de extracción (W_0) mediante la ecuación $W_0 = h \cdot f_0$.

Despejando f_0 :

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}} \approx 7,24 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

ii) **Velocidad máxima de los electrones (v):**

A partir de la energía cinética clásica ($E_c = \frac{1}{2} m_e v^2$), despejamos la velocidad máxima:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,12 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = \sqrt{\frac{1,024 \cdot 10^{-18}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \approx \sqrt{1,124 \cdot 10^{12}} \approx 1,06 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

iii) **Longitud de onda de la radiación incidente (λ):**

Aplicamos la ecuación del efecto fotoeléctrico de Einstein ($E = W_0 + E_c$). Expresando la energía del fotón incidente en función de su longitud de onda ($E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$):

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W_0 + E_c$$

Despejamos la longitud de onda λ :

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{W_0 + E_c}$$

Sustituimos los valores correspondientes:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,8 \cdot 10^{-19} + 5,12 \cdot 10^{-19}} = \frac{1,989 \cdot 10^{-25}}{9,92 \cdot 10^{-19}} \approx 2,00 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

Resultados numéricos:

$$f_0 = 7,24 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$v = 1,06 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 2,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

EJERCICIO 4 - CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

Responda a1 o a2

a1) i) Enuncie la ley de Lorentz indicando las magnitudes que intervienen y sus unidades en el S.I. ii) A partir de dicha ley, y con la ayuda de un esquema, indique la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada que se mueve perpendicularmente a un campo magnético. Discuta el resultado en función del signo de la carga.

Solución: i) La ley de Lorentz establece que la fuerza magnética $\vec{F}_m$ que experimenta una carga puntual q al moverse con una velocidad $\vec{v}$ en el interior de un campo magnético $\vec{B}$ viene dada por la expresión: $\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$. Las magnitudes y sus unidades en el Sistema Internacional (S.I.) son: $\vec{F}_m$ es la fuerza magnética (Newtons, N); q es la carga eléctrica de la partícula (Culombios, C); $\vec{v}$ es el vector velocidad (metros por segundo, m/s); y $\vec{B}$ es el vector campo magnético (Teslas, T).

ii) Por las propiedades del producto vectorial, la dirección de la fuerza magnética es siempre perpendicular al plano formado por los vectores velocidad ($\vec{v}$) y campo magnético ($\vec{B}$). El sentido de la fuerza viene determinado por la regla de la mano derecha (o del sacacorchos) y por el signo de la carga: si la carga es positiva ($q > 0$), la fuerza magnética tiene el mismo sentido que el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$; si la carga es negativa ($q < 0$), la fuerza apuntará en sentido opuesto al producto vectorial. *(Nota para el esquema: Si se dibuja $\vec{v}$ hacia la derecha y $\vec{B}$ hacia el fondo del papel (entrante), para una carga positiva la fuerza apuntará hacia arriba, mientras que para una carga negativa la fuerza apuntará hacia abajo).* Al ser siempre perpendicular a la velocidad, esta fuerza actúa como fuerza centrípeta y hace que la partícula describa una trayectoria circular.

a2) i) Explique qué es una superficie equipotencial. ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual?; ii) Razone el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza por una superficie equipotencial.

Solución: i) Una superficie equipotencial es el lugar geométrico de los puntos del espacio en los cuales el potencial eléctrico tiene el mismo valor. Para el campo eléctrico creado por una carga puntual, dado que el potencial depende únicamente de la distancia a la carga ($V = K \frac{q}{r}$), dichas superficies son esferas concéntricas cuyo centro es la propia carga.

ii) El trabajo realizado por el campo eléctrico sobre una carga q que se desplaza entre dos puntos se calcula a partir de la variación de la energía potencial cambiada de signo: $W = -\Delta E_p = -q\Delta V = -q(V_{final} - V_{inicial})$. Al desplazarse la carga a lo largo de una misma superficie equipotencial, el potencial en el punto inicial y final es idéntico, por lo que la diferencia de potencial es cero ($\Delta V = 0$). En consecuencia, el trabajo realizado por la fuerza eléctrica es nulo ($W = 0$).

Responda b1 o b2

b1) Una espira circular de 20 cm de radio está situada en el plano XY en una región en la que hay un campo magnético variable en el tiempo $B(t) = 3t^2 - 2t$ (S.I.) en sentido negativo del eje OZ. i) Obtenga la expresión del flujo magnético en función del tiempo; ii) Calcule la fuerza electromotriz inducida para $t = 2$ s; iii) Razone el sentido de la corriente inducida en la espira.

Solución: i) El flujo magnético se define como $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$. Al estar la espira en el plano XY, su vector superficie es perpendicular a dicho plano (eje Z). Si tomamos el vector superficie en el mismo sentido que el campo magnético (sentido negativo del eje OZ, $-\vec{k}$), el ángulo que forman es 0° . El área de la espira circular es $S = \pi r^2 = \pi(0,2)^2 = 0,04\pi \text{ m}^2$. Como el campo es uniforme en toda el área, el flujo queda: $\Phi(t) = B(t) \cdot S \cdot \cos(0^\circ) = (3t^2 - 2t) \cdot 0,04\pi \text{ Wb} = 0,04\pi(3t^2 - 2t) \text{ Wb}$.

ii) La fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida se calcula aplicando la ley de Faraday-Lenz ($\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$). Derivando la expresión del flujo respecto al tiempo obtenemos: $\varepsilon(t) = -0,04\pi(6t - 2)$. Para calcular su valor en el instante $t = 2$ s, sustituimos el tiempo en la ecuación: $\varepsilon(2) = -0,04\pi(6(2) - 2) = -0,04\pi(10) = -0,4\pi \text{ V}$.

iii) El sentido de la corriente inducida viene dado por la ley de Lenz, según la cual la espira reacciona creando un campo magnético que se opone a la variación del flujo magnético. La derivada del flujo es $\frac{d\Phi}{dt} = 0,04\pi(6t - 2)$. Al igualar a cero, observamos un cambio de comportamiento en $t = \frac{1}{3} \text{ s}$:

- Para $t < \frac{1}{3}$ s, la derivada es negativa ($\frac{d\Phi}{dt} < 0$), por lo que el flujo entrante (en el sentido $-\vec{k}$) está **disminuyendo**. La espira se opone a esta disminución generando un campo magnético propio hacia adentro ($-\vec{k}$). Por la regla de la mano derecha, esto induce una corriente en sentido **horario**.
- Para $t > \frac{1}{3}$ s (y por lo tanto para $t = 2$ s), la derivada es positiva ($\frac{d\Phi}{dt} > 0$), por lo que el flujo entrante está **aumentando**. La espira se opone a este aumento generando un campo magnético propio hacia afuera ($+\vec{k}$). Por la regla de la mano derecha, la corriente inducida circula en sentido **antihorario**.

Resultados numéricos:

$$\Phi(t) = 0,04\pi(3t^2 - 2t) \text{ Wb}$$

$$\varepsilon(2) = -1,26 \text{ V } (-0,4\pi \text{ V})$$

Sentido en $t = 2$ s: Antihorario

b2) El campo eléctrico sobre la superficie de la Tierra es aproximadamente de $100 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ y dirigido verticalmente hacia abajo. i) Determine el signo y el valor de la carga de una partícula de 5 g de masa para que permanezca suspendida en equilibrio. Realice una representación gráfica de las fuerzas que actúan sobre la partícula. ii) Si se duplica el valor de la carga, ¿qué velocidad tendría tras ascender 10 cm partiendo del reposo?

Datos: $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Solución: i) Para que la partícula permanezca suspendida en equilibrio, la suma de las fuerzas que actúan sobre ella debe ser cero ($\sum \vec{F} = 0$). Sobre la partícula actúan su peso ($\vec{P} = m\vec{g}$), dirigido verticalmente hacia abajo, y la fuerza eléctrica ($\vec{F}_e = q\vec{E}$). Para que la fuerza resultante se anule, la fuerza eléctrica debe apuntar verticalmente hacia arriba. Dado que el campo eléctrico apunta hacia abajo, la carga debe ser negativa ($q < 0$) para que la fuerza ($\vec{F}_e = q\vec{E}$) tenga sentido opuesto al campo. Igualando sus módulos ($|q|E = mg$) y sustituyendo la masa en el S.I. ($m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$), despejamos el valor absoluto de la carga: $|q| = \frac{mg}{E}$. *(Nota para la representación gráfica: Dibujar una partícula con un vector peso hacia abajo y un vector fuerza eléctrica hacia arriba, ambos con la misma longitud).*

ii) Al duplicarse la carga, la nueva fuerza eléctrica es el doble del peso ($F'_e = 2mg$). La fuerza resultante neta será vertical hacia arriba, con módulo $\sum F = F'_e - P = 2mg - mg = mg$. Aplicando el teorema de la energía cinética (o de las fuerzas vivas), el trabajo realizado por la fuerza neta se invierte en variar la energía cinética ($W_{\text{neto}} = \Delta E_c$). Por tanto, $(\sum F) \cdot d = \frac{1}{2}mv^2$. Sustituyendo la fuerza neta, obtenemos $mgd = \frac{1}{2}mv^2$. La masa se simplifica en ambos miembros, quedando $v = \sqrt{2gd}$. Evaluando para la distancia de $d = 0,1 \text{ m}$ y partiendo del reposo, se obtiene la velocidad final.

Resultados numéricos:

$$q = -4,9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$v = 1,4 \text{ m/s}$$